Roll No:-_____

Sem- I / II Diploma Exam 2023 (Odd)
(Common Branch) (Theory)

[Time: 3 Hours] **Basic Engg. Mathematics (T2400101)** **[Max. Marks: 70]**

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य है|)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाई ओर अंकित किये है|)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Choose the most suitable answer from the following options. (1*20=20)
(सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखें |): -

i. If $\begin{bmatrix} x-y & 4 \\ 2x-y & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, then the value of $x+y$ is...
(यदि $\begin{bmatrix} x-y & 4 \\ 2x-y & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, तब $x+y$ का क्या होगा ?)

(a) 0 (b) 2 (c) -1 (d) none of these(इनमें से कोई नहीं)

ii. If $\vec{v} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$, then unit vector in the direction of $\vec{v}$ is...
(यदि $\vec{v} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$, तो $\vec{v}$ की दिशा में इकाई सदिश है ।)

(a) $0.8\hat{\imath} - 0.6\hat{\jmath}$ (b) $0.6\hat{\imath} - 0.8\hat{\jmath}$ (c) $6\hat{\imath} - 8\hat{\jmath}$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

iii. If A be a square matrix of order 3×3, then $|KA|$ is equal to...
(यदि A क्रम 3×3 का एक वर्ग आव्यूह है, तो $|KA|$ किसके बराबर होगा ।)

(a) $K|A|$ (b) $K^2|A|$ (c) $K^3|A|$ (d) $3K|A|$

iv. If $\vec{a} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} - \hat{k}$ then magnitude of $\vec{a} + \vec{b}$ is...
(यदि $\vec{a} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} - \hat{k}$, तो $\vec{a} + \vec{b}$ का परिमाण होगा...)

(a) -7 (b) -5 (c) 5 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

v. If $\lim_{x\to 0} \frac{\sin kx}{\tan 3x} = 4$, then the value of k is...
(यदि$\lim_{x\to 0} \frac{\sin kx}{\tan 3x} = 4$, तब k का मान होगा...)

(a) 6 (b) 9 (c) 14 (d) 12

vi. Consider the function $f(x) = \sqrt{4-x^2}$. What is the domain of the function?
(माना फलन $f(x) = \sqrt{4-x^2}$, तब फलन का डोमेन क्या होगा?)

(a) [-2,2] (b) $(-2,2)$ (c) (-2,2] (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

vii. If $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$, in the interval [1, 3]. Then value of 'c' for Lagrange's mean value theorem is...
(यदि अन्तराल [1, 3] में फलन $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$, तब Lagrange's mean value theorem के लिए 'c' का मान क्या होगा?)

(a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

viii. The maximum and minimum value of $\sin 3x$ is... ($\sin 3x$ का अधिकतम एवं न्यूनतम मान है....)

(a) 1, -1 (b) 3, -3 (c) 1/3, -1/3 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

ix. Slope of the line whose inclination is 120^0 with positive direction of x-axis (anticlockwise) is...
(रेखा का ढलान जिसका झुकाव x-अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ 120^0 है (वामावर्त दिशा में) है...)

(a) $\sqrt{3}$ (b) $-\sqrt{3}$ (c) $-1/\sqrt{3}$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

x. The distance of the point (2, -3) from the line $x + y + 5 = 0$ is... (रेखा $x + y + 5 = 0$ से बिंदु (2, -3) की दूरी है...)

(a) 0 (b) $2\sqrt{2}$ (c) $5\sqrt{2}$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xi. What will be radius of circle passes through origin and its center is (3, -4).
(मूल बिंदु से गुजरने वाले वृत्त की त्रिज्या क्या होगी जिसका केंद्र (3, -4) है।)

(a) -1 (b) 7 (c) 5 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xii. If the equation of parabola is $y^2 = -8x$, then the focus is...
(यदि परवलय का समीकरण $y^2 = -8x$, है, तब इसका फोकस होगा...)

(a) (-2, 0) (b) (0, -2) (c) (2, 0) (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xiii. The maximum value of $y = -x^4 + 1$ is... ($y = -x^4 + 1$ का अधिकतम मान होगा।)

(a) ∞ (b) 0 (c) 1 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xiv. A fair six-sided die is rolled. What is the probability of getting an even number?
(एक छह-तरफा पासा लुढ़काया जाता है। सम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?)

(a) 1/2 (b) 2/3 (c) 1/3 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xv. The probability of a certain event is...(किसी निश्चित घटना की प्रायिकता है...)

(a) 0 (b) 1 (c) greater than 1 (1 से बड़ा) (d) less than 1 (1 से छोटा)

xvi. The slope of tangent to the curve $y = 2x^2 + 3\sin x$ at x=0 is...
(वक्र $y = 2x^2 + 3\sin x$ के x=0 पर स्पर्श रेखा का ढलान है...)

(a) 5 (b) 2 (c) 3 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xvii. The median of the data: 4, 4, 5, 7, 6, 7, 7, 12, 3 is... (डेटा: 4, 4, 5, 7, 6, 7, 7, 12, 3 का माध्यिका है...)

(a) 4 (b) 5 (c) 7 (d) 6

xviii. Mode is... (निम्न में बहुलक है...)

(a) least frequent value (कम से कम बारंबार मान) (b) middle most value (मध्यतम मान) (c) most frequent value (सर्वाधिक बारंबार मान) (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xix. If $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 18 & 12 \end{vmatrix}$, then x is equal to...
(यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 18 & 12 \end{vmatrix}$, तब x का मान होगा...)

(a) 6 (b) +6, -6 (c) -6 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xx. The empirical relation between mean, mode and median is... (माध्य, बहुलक और माध्यिका के बीच संबंध है।)

(a) Mode=3 median - 2 mean (बहुलक=3माध्यिका-2माध्य) (b) mode=2 median-3mean (बहुलक=2माध्यिका-3माध्य) (c) median=3 mode-2 mean (माध्यिका=3 बहुलक-2 माध्य) (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

Group (B) (ग्रुप -बी)

Q.2 If $A = \begin{bmatrix}3\\2\\5\end{bmatrix}$ and $B = [1 \quad 2 \quad 4]$, verify that $(AB)^T = B^T A^T$. **4**

(यदि $A = \begin{bmatrix}3\\2\\5\end{bmatrix}$ और $B = [1 \quad 2 \quad 4]$, तो सिद्ध कीजिए: $(AB)^T = B^T A^T$.)

OR (अथवा)

Prove that the three vectors $\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$, $-2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$, and $2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 3\hat{k}$, forms the vertices of right-angled triangle. **4**

(सिद्ध कीजिए कि तीन सदिश $\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$, $-2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$, और $2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 3\hat{k}$, समकोण त्रिभुज के शीर्ष बनाते हैं।)

Q.3 Find the value of c for the Lagrange's mean value theorem for given function $f(x) = \sqrt{x}$, $1 \le x \le 4$. **4**

(दिए गए फलन $f(x) = \sqrt{x}$, $1 \le x \le 4$ के लिए Lagrange's mean value theorem का c का मान ज्ञात कीजिए।)

OR (अथवा)

Find the point on the curve $y = x^3 - 11x + 5$ at which the tangent is $y = x - 11$. **4**
(वक्र $y = x^3 - 11x + 5$ पर वह बिंदु खोजें जिस पर स्पर्शरेखा $y = x - 11$ है।)

Q.4 The median of the observations 11, 12, 14, 18, x+2, x+4, 30, 32, 35, 41 arranged in ascending order is 24. Find the value of x? **4**
(आरोही क्रम में व्यवस्थित डाटा 11, 12, 14, 18, x+2, x+4, 30, 32, 35, 41 का माध्यिका 24 है। x का मान ज्ञात कीजिए ?)

OR (अथवा)

Find the mean of square of first ten natural numbers. **4**
(प्रथम दस प्राकृत संख्याओं के वर्गों का माध्य ज्ञात कीजिए।)

Q.5 Evaluate: $\lim_{x\to\pi} \frac{1+\cos x}{tan^2 x}$. **4**

(हल कीजिए: $\lim_{x\to\pi} \frac{1+\cos x}{tan^2 x}$.)

OR (अथवा)

If $x = a(t + \sin t)$, and $y = a(1 - \cos t)$. Find the value of $\frac{dy}{dx}$ at $t = \frac{\pi}{2}$? **4**

(यदि $x = a(t + \sin t)$, और $y = a(1 - \cos t)$. तब $\frac{dy}{dx}$ का मान $t = \frac{\pi}{2}$ पर क्या होगा।)

Q.6 Find the equation of an ellipse whose length of major axis is 10 and foci are $(0, \pm 3)$. **4**
(उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके दीर्घ अक्ष की लंबाई 10 है और नाभियाँ $(0, \pm 3)$ हैं।)

OR (अथवा)

Find the equation of hyperbola whose vertices are $(\pm 3, 0)$ and eccentricity $e = \frac{5}{3}$. **4**

(अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात करें जिसके शीर्ष $(\pm 3,0)$ और विलक्षणता $e = \frac{5}{3}$ हैं।)

Group (C) (ग्रुप - सी)

Q.7 Find the differential coefficient of tan ax from first principle of derivative. **6**

(अवकल के प्रथम सिद्धांत से tan ax का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।)

OR (अथवा)

Evaluate: $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})$. **6**

(हल कीजिए: $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})$).

Q.8 If $\hat{\imath}+\hat{\jmath}+\hat{k}$, $2\hat{\imath}+5\hat{\jmath}$, $3\hat{\imath}+2\hat{\jmath}-3\hat{k}$ and $\hat{\imath}-6\hat{\jmath}-\hat{k}$ are the position vectors of the points A, B, C and D respectively. Then find the angle between vectors $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{CD}$. **6**

(यदि $\hat{\imath}+\hat{\jmath}+\hat{k}$, $2\hat{\imath}+5\hat{\jmath}$, $3\hat{\imath}+2\hat{\jmath}-3\hat{k}$ और $\hat{\imath}-6\hat{\jmath}-\hat{k}$ क्रमशः बिंदु A, B, C और D के स्थिति सदिश हैं . फिर सदिशों $\overrightarrow{AB}$ और $\overrightarrow{CD}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।)

OR (अथवा)

Solve the following system of equations by matrix inversion method. **6**

$2x-y+z=2$, $x+y+z=3$, and $x-2y+3z=2$.

(निम्नलिखित समीकरणों को मैट्रिक्स व्युत्क्रम विधि द्वारा हल करें।

$2x-y+z=2$, $x+y+z=3$, and $x-2y+3z=2$.)

Q.9 Find the maximum and minimum value of $f(x)=x^3-12x^2+36x$ in [1, 10]. **6**

(अन्तराल [1, 10] में $f(x)=x^3-12x^2+36x$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।)

OR (अथवा)

Find the radius of curvature for the curve $y=2\sin x-\sin 2x$ at $x=\frac{\pi}{2}$. **6**

(वक्र $y=2\sin x-\sin 2x$ का $x=\frac{\pi}{2}$ पर वक्रता की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।)

Q.10 Find the equation of circle passing through the point (2, 4) and having its Centre at the intersection of the lines $x-y=4$ and $2x+3y+7=0$. **6**

(बिंदु (2, 4) से गुजरने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए और इसका केंद्र रेखाओं $x-y=4$ और $2x+3y+7=0$ के प्रतिच्छेदन पर है।)

OR (अथवा)

Find the equation of the line which passes through the point of intersection of the lines $2x-3y+1=0$ and $x-y=1$ and is parallel to the line $3x+4y=14$. **6**

(उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखाओं $2x-3y+1=0$ और $x-y=1$ के प्रतिच्छेदन बिंदु से होकर गुजरती है और रेखा $3x+4y=14$ के समानांतर है।)

Q.11 Find the variance and the standard deviation for the following data: 6, 10, 7, 13, 4, 12, 8, 12. **6**

(निम्नलिखित डेटा के लिए विचरण और मानक विचलन ज्ञात करें: 6, 10, 7, 13, 4, 12, 8, 12.)

OR (अथवा)

A box contains 5 white, 4 red and 6 black balls. A ball is drawn at random from the box. Find the probability that the ball drawn is **6**

(a) Either white or red.
(b) Neither red nor black.

(एक डिब्बे में 5 सफेद, 4 लाल और 6 काली गेंदें हैं। बॉक्स से यादृच्छिक रूप से एक गेंद निकाली जाती है। गेंद निकाले जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(अ) या तो सफेद या लाल।

(ब) न तो लाल और न ही काला।)

-------*****-------